陸 奥 湾 の 水 温 予 測 Ⅱ

－水温予測回帰式の改良と線形予測方式の試み－

仲村　俊毅

は じ め に

現在行っている陸奥湾の水温予測の方法については、前報[1]で詳細に述べたがその後のデーターの積み重ねなどにより若干の改良を行ったので、ここで報告する。また、現行の予測法とは異る予測法も検討したので合わせて報告する。なお統計計算にあたっては県総務部電子計算課の御助力をいただいた。

水温予測回帰式の改良

現在用いている予測法は青森地方気象台発行の各月の天候予報から、旬平均気温の予測値を用いて、直線回帰式によって茂浦の旬平均水温の予測値を求めるという、いわば相関法である。（詳細については前報を参照されたい）

改良点は次の２点である。

1. 青森の旬平均平年気温と茂浦の旬平均10カ年平均気温との間に回帰式をつくったこと。したがって青森の旬平均気温の予測値から、この回帰式を使って茂浦の旬平均気温を予測する。
2. 加熱期、冷却期の旬平均水温と気温の間の回帰式を10カ年のデーターから再計算し、さらに８月については独立に回帰式をつくったこと。８月は冷却期に含めて水温予測を行っていたが、水温の季節変動のパターンからみて、加熱期、冷却期のいずれに含めるのも合理的でないという理由から、独立に予測を行うこととした。

以下に結果を示す。

a　青森旬平均平年気温と茂浦旬平均10カ年平均気温（周年）

相関係数＝0.995　　寄与率＝99.0％　　回帰式（茂浦＝0.9637×青森＋1.804）

b　加熱期（４月～７月）、冷却期（９月～12月）の茂浦旬平均水温と気温（昭和43年から52年までの10カ年のデータ）

加熱期　相関係数＝0.970　寄与率＝94.1％　回帰式（水温＝0.8697×気温＋0.639）

冷却期　相関係数＝0.982　寄与率＝96.4％　回帰式（水温＝0.7224×気温＋6.879）

c　８月の各旬での旬平均水温と気温（昭和43年から52年までの10カ年のデータ）

上旬　相関係数＝0.921　寄与率＝84.8％　回帰式（水温＝0.7198×気温＋6.024）

中旬　相関係数＝0.960　寄与率＝92.2％　回帰式（水温＝0.7079×気温＋6.714）

下旬　相関係数＝0.826　寄与率＝68.2％　回帰式（水温＝0.5602×気温＋10.504）

これらの結果は現行の水温予測方法を変えるものではなく、また必ずしも予測精度の向上も期待できるわけではない。しかし、考え方や技術的な面での不合理さは除去すべきであるし、またデータの積み重ねによる回帰式等の統計的な確さもさらに求めていくべきであろう。

線形予測の試み

前報において、現行の水温予測法のかかえるいくつかの重要な欠陥あるいは課題をかかげたが、ここでは(1)各月独立に予測を行っていることと、(2)冬期間の予測法に決め手がないという2点について、この問題を解決するため線形予測を試みた。

時系列解析の重要な応用のひとつとして予測の問題がある。これは現在時点までの過去の実測値が観測されたとき、それらの適当な関数で将来の値を予測することである。まず最も簡単な形の予測式を考える。

$$X_{n+k} = \ell_1 X_{n-1} + \ell_2 X_{n-2} + \cdots\cdots + \ell_r X_{n-r} \qquad (k = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$$

ここで X_{n-1} は現時点での観測値、X_{n-2} …… X_{n-r} はさらにさかのぼった過去の観測値、X_{n+k} は予測値である。問題は二つあって、ひとつは未知係数 ℓ_1 、ℓ_2 、… ℓ_r を予測誤差が最小になるように決定することであり、もうひとつは r の決定、すなわちどの時点までさかのぼれば予測誤差が最小になるかということである。まず未知係数 ℓ_1 、ℓ_2 、… ℓ_r の決定は過去のデータの自己相関係数 R(n) を得ることによって最小二乗法により次の連立方程式を解いて得られる。（詳細については適当な教科書[2)]を参照されたい。

$R(0) = 1$ であるから

$$\begin{vmatrix} 1 & R(1) & \cdots\cdots R(r-1) \\ R(1) & 1 & \cdots\cdots R(r-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R(r-1) & R(r-2)\cdots\cdots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \vdots \\ \ell_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R(k+1) \\ R(k+2) \\ \vdots \\ R(k+r) \end{vmatrix}$$

次に r の決定であるが、これには赤池のFPE[3)] (final prediction error) を計算することによって得られる。(詳細については適当な参考書[3)]を参照されたい)

以上に述べた時系列の線形予測法を茂浦の月平均水温について試みた。

図1は茂浦の月平均水温（昭和43年1月から53年6月）の10カ年平均（昭和43年から52年）からの偏差を示したものである。今後はすべて月平均水温の10カ年平均からの偏差値について議論を行うが、これは実水温には季節変動が卓越するため変動の細部構造が不明瞭になる恐れがあるためである。

この10カ年平均からの偏差値について、MEM (maximum entoropy method) によるスペクトル解析を行い、その計算過程で自己相関係数や赤池のＦＰＥを計算した。

図2は赤池のＦＰＥを、ラグ29カ月まで計算したものである。ＦＰＥの最小はラグ15カ月になっている。したがって15カ月前までさかのぼった予測式をつくれば予測誤差が最小になることが期待される。しかし、これには16次の連立方程式を解く必要があり電子計算機の助けが必要である。ここでは単に線形予測法が水温予測に使えるかどうかの可能性を検討すればよいので r を 4、すなわち当月および 1, 2, 3 カ月前のデータから翌月の値を予測するという形の予測式をつくった。したがって予測式の形は

$X_n = \ell_1 X_{n-1} + \ell_2 X_{n-2} + \ell_3 X_{n-3} + \ell_4 X_{n-4}$ であり、連立方程式は

$$\begin{vmatrix} 1 & R(1) & R(2) & R(3) \\ R(1) & 1 & R(3) & R(2) \\ R(2) & R(3) & 1 & R(1) \\ R(3) & R(2) & R(1) & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \ell_3 \\ \ell_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R(1) \\ R(2) \\ R(3) \\ R(4) \end{vmatrix}$$

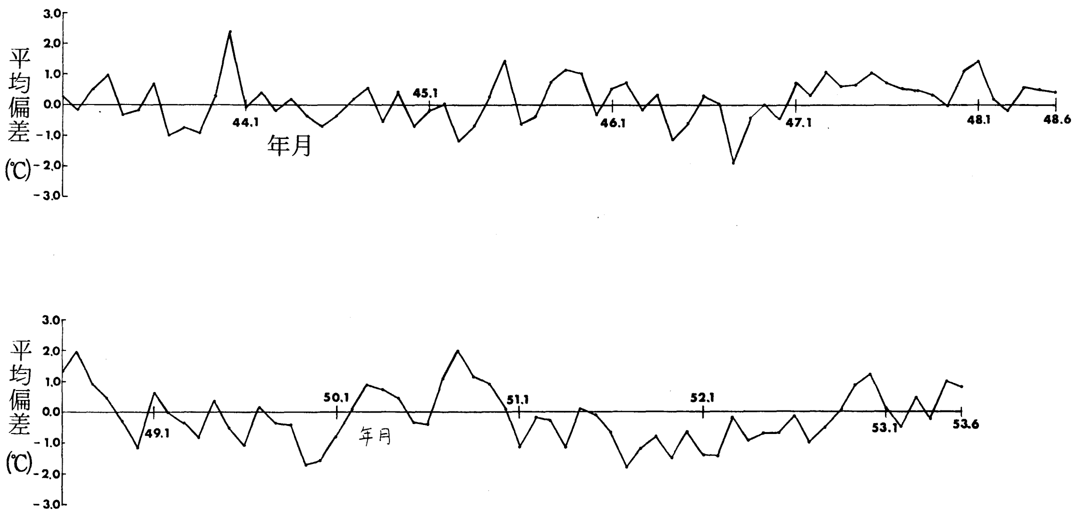

図１　茂浦、月平均水温の10カ年平均からの偏差

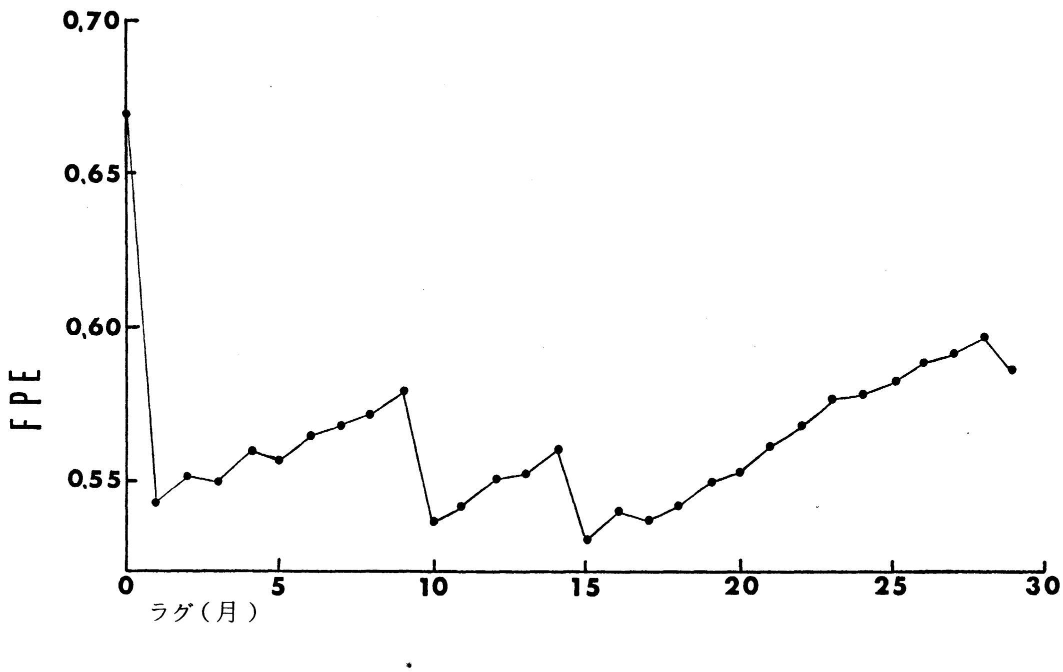

図２　赤池のＦＰＥ

となる。表1に自己相関係数と未知係数の計算結果を示した。

最終的に予測式は

$$Xn = 0.4352\,Xn-1 - 0.0189\,Xn-2 + 0.0710\,Xn-3 + 0.0444\,Xn-4 \quad (1)$$

Xn：翌月の予測値

Xn−1…Xn−4：当月から3カ月前までの実測値

となる。当然のことながらこの予測値は10カ年平均からの偏差であるから水温の予測値Tnは10カ年平均値をToとすると

$$Tn = To + Xn \quad (2)$$

で与えられる。

表1 自己相関係数と未知係数の値

	R	ℓ
1	0.449	0.4352
2	0.196	−0.0189
3	0.189	0.0710
4	0.155	0.0444

予測式の検討

予測式の検討は予測値と実測値を比較することによって行った。図1から判断して、比較的変動の小さい昭和44年1月から45年2月まで、高温に安定している47年1月から48年2月まで、変動の大きい49年11月から51年1月まで、低温に安定している51年6月から52年10月までの4つの期間を選んで、それぞれの期間の最初の4カ月を除いた残りの期間について(1)、(2)式から予測値を計算し、実測値と比較した。結果を表2に示した。表2には予測値と実測値の差の平方、およびその平均を示し予測の精度の目安とした。また同一の期間の月平均水温の平均偏差値の母標準偏差も合わせて示した。

結果から明らかなように変動の小さい期間には予測の精度はかなり良い。このことは予測値と実測値の差の平方の平均値と同じ期間の平均偏差値の標準偏差値の傾向がきわめて良く一致することをみても明らかである。そしてまた、このことは過去の実測値に依存するという予測式の性質から考えても当然といえよう。

この予測法を現行の予測法と直接比較することはできない。というのは現行の予測法は旬平均水温に

表2 予測値と実測値の比較

年 月	予測値℃	実測値℃	(差)^2
44. 5	11.90	11.51	0.152
6	15.54	14.97	0.325
7	19.49	19.33	0.026
8	23.20	23.55	0.122
9	21.55	22.06	0.260
10	17.93	17.19	0.548
11	12.76	13.44	0.462
12	8.44	7.50	0.884
45. 1	5.21	5.39	0.032
2	4.52	4.63	0.012
Σ(差)^2/n= 0.282			
標準偏差= 0.426			

年 月	予測値℃	実測値℃	(差)^2
47. 5	12.13	12.47	0.116
6	16.03	16.71	0.462
7	20.23	20.45	0.048
8	23.74	23.94	0.040
9	21.86	22.02	0.026
10	18.07	18.11	0.002
11	13.24	13.00	0.058
12	8.24	9.26	1.040
48. 1	6.05	6.97	0.846
2	5.19	4.78	0.168
Σ(差)^2/n = 0.281			
標準偏差= 0.412			

表2 続き

年 月	予測値℃	実測値℃	(差)^2
50. 3	4. 91	5. 91	1. 000
4	8. 23	8. 64	0. 168
5	12. 11	12. 27	0. 026
6	15. 92	15. 38	0. 292
7	19. 66	19. 35	0. 096
8	23. 28	24. 41	1. 277
9	21. 98	23. 52	2. 372
10	18. 52	18. 88	0. 130
11	13. 53	13. 93	0. 160
12	8. 76	8. 34	0. 176
51. 1	5. 75	4. 37	1. 904
Σ(差)^2/n＝0. 691			
標準偏差＝0. 918			

年 月	予測値℃	実測値℃	(差)^2
51. 10	17. 25	17. 04	0. 044
11	12. 58	11. 54	1. 082
12	7. 41	7. 54	0. 017
52. 1	5. 18	4. 15	1. 061
2	3. 84	3. 17	0. 449
3	4. 35	4. 91	0. 314
4	7. 71	6. 96	0. 562
5	11. 27	11. 17	0. 010
6	15. 33	15. 05	0. 078
7	19. 37	19. 60	0. 053
8	23. 24	22. 36	0. 774
9	21. 01	21. 02	0. 000
10	17. 53	17. 80	0. 073
Σ(差)^2/n＝0. 347			
標準偏差＝0. 478			

ついての予測であり、この予測式は月平均水温についての予測法だからである。しかし現行の予測法が旬平均水温について2～3℃の範囲をもたせて予測していることを考慮して、表2の合計44個の予測値と実測値から便宜的に予測値±0.5℃の範囲に入る実測値の数を計算すると全体の56.8％になる。前報で明らかにしたように現行の予測法での適中率は31％であったから、この予測法の精度の良さが期待できる。もちろんこのような単純な比較から性急に判断するのは危険であるが、ここで検討を行った予測法を旬平均水温の予測にまで拡張した場合でもかなりの精度が期待できる。もしこのような予測法が充分に満足できるものであるならば、前報に挙げた現行の予測法のかかえるいくつかの問題点、すなわち予測値の精度を気温の予測値の精度に大きく依存している点、各月を独立に予測しているため水温の連続的な変化を考慮していない点、冬季間の予測法がなかった点等を一挙に解決できることになる。今後これらの点を考慮して、さらに詳細に検討を加えていく予定である。

参 考 文 献

1) 仲村俊毅(1978):陸奥湾の水温予測について 本誌第7号 PP. 217－223
2) 例えば 西田俊夫(1973):応用確率論 培風館 P. 264
3) 例えば 日野幹雄(1977):スペクトル解析 朝倉書店 P. 300